

Введение в теорию вероятности для гуманитариев

Арутюнов А.А.

25 декабря 2021 г.

Цель курса – дать общее представление о теории вероятности для студентов, специализирующихся в гуманитарных специальностях. Курс построен по модульному принципу и состоит из нескольких самостоятельных, но связанных разделов. В курсе расскажем о теории вероятности, как важной составляющей жизни и современного научного метода в самых разных вопросах. К продвинутым разделам будет даваться необходимые вводные математические знания. Основная идея курса – не только дать базовые знания по теории вероятности, но и показать как они работают в прикладных, в том числе и повседневных, задачах.

1 Элементарная теория вероятности

Теория вероятности в случае, когда количество исходов конечно. Понятные прикладные задачи, на примере которых мы увидим как работает теория вероятности: игра в кости, казино и лотереи. Поговорим и о контринтуитивной (но очень важной) теореме Байеса и узнаем как работают медицинские тесты.

1. Элементарная вероятность. Игра в кости. Парадокс де Мере.
2. Числа сочетаний и основные комбинаторные формулы.
3. Случайное блуждание. Схема Бернулли.

4. Математическое ожидание и дисперсия.
5. Казино и лотереи.
6. Условная вероятность и теорема Байеса. Передача сигнала с искажениями.

2 Геометрическая вероятность

Какова вероятность, кидая точку на отрезок попасть в его середину? Не вполне очевидно, что вероятность попадания в конкретную точку – нулевая. Изучение теории вероятности на геометрических множествах существенно отличается от дискретной вероятности, однако именно такая постановка задачи характерна для многих прикладных задач. В этом разделе мы будем говорить о равномерно распределенной вероятности (все точки одинаковы), но это поможет нам подготовиться к разговору о вероятности в самом общем случае.

1. Мощность множеств. Геометрическая вероятность.
2. Функция вероятности, плотность вероятности. Математическое ожидание и дисперсия.
3. Независимые события. Совместные события.
4. Пример вычислений при помощи теории вероятности (игла Бюффона).

3 Вероятностная мера

В задачах, которые возникают на практике часто распределение вероятности гораздо сложнее чем в рассмотренных выше разделах. Чтобы разобраться с соответствующими разделами важно понять, что такое мера множества и, в частности, вероятностная мера. Мы наконец подготовились чтобы поговорить о теории вероятности с самых общих позиций. Это нам в будущем позволит подобраться к предельным теоремам.

1. Мера множества. Измеримые множества.
2. Вероятностное пространство. Мат. ожидание в общем случае.
3. Интеграл по мере.
4. Сходимость по мере.

4 Предельные теоремы

Один из самых важных разделов теории вероятности. Разберемся, почему так часто в задачах возникает нормальное распределение, а также что такое закон больших чисел. Ну и при чем тут выборы, а также при чем тут расшифровка текстов древних майя.

1. Асимптотические теоремы. Распределение простых чисел, формула Стирлинга.
2. Теория вероятности и лингвистика.
3. Центральная предельная теорема.
4. Закон больших чисел.
5. Электоральная математика.

5 Математическая статистика

Как правильно работать с гипотезами? Как обрабатывать данные, и что значат результаты статистических исследований?

1. Принцип максимального правдоподобия.
2. Доверительные интервалы.
3. Критерий Стьюдента, χ^2 и проч..
4. Работа с гипотезами.

Список литературы

- [1] Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика, 2019
- [2] Корбалан Ф., Санц Х., Укрощение случайности, теория вероятности том 24.
- [3] Секей Г., Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. -М.:Мир, 1990