**Программа первой части**

1. Векторы. Сложение векторов. Умножение на число. Линейная зависимость.

2. Примеры векторных пространств и базисов. Размерность.

3. Линейные отображения. Ядро, образ. Ранг матрицы.

4. Свободные неизвестные. Задача о распределении тепла по пластине, задача о

раскраске графа в 2 цвета и случайные блуждания по плоскости и по пространству.

Задача о разрезании прямоугольника на квадраты и электрические цепи из

сопротивлений.

5. Произведение матриц. Двойственное отображение. Транспонирование. След матрицы.

6. Уравнения прямых и плоскостей. Пучки прямых. Перпендикулярность и

параллельность. Деление отрезка в данном отношении. Центр тяжести. Выпуклость.

Среднее значение случайной величины и дисперсия (для конечного вероятностного

пространства).

7. Скалярное и векторное произведения. Площадь параллелограмма и объём

параллелепипеда. Определитель квадратной матрицы. Определитель произведения.

Ориентация базиса.

8. Проективные и аффинные конечные плоскости. Латинские квадраты и графы без

четырёхугольников.

9. Лист Мёбиуса и вещественная проективная плоскость. Сложное отношение четырёх

точек прямой.

9. Эллипсы, гиперболы, параболы. Эксцентриситет и директриса. Сферы Данделена.

Полярные координаты.

10. Поверхности второго порядка и прямые на них.

11. Ортогонализация. Метод наилучших приближений Гаусса.

12. Асимптотические направления. Сопряжённые диаметры. Касательные. Поляры.

Теоремы Паскаля и Брианшона.

**Программа второй части**

13. Собственные векторы. Явная формула для чисел Фибоначчи. Алгебраическое число

как линейный оператор.

14. Теорема Гамильтона-Кэли. Возведение матрицы в степень.

15. Билинейные симметрические формы. Самосопряжённые линейные операторы.

Приведение симметрической квадратичной формы к главным осям. Ортогональные

преобразования.

16. Полярное разложение невырожденного вещественного линейного оператора.

17. Движения трёхмерной сферы. Тетраэдр, куб и октаэдр, икосаэдр и додекаэдр.

Кватернионы.

18. Кольцо многочленов от одной переменной — кольцо главных идеалов. Конечно

порождённые абелевы группы. Конечно порождённые модули над кольцом главных

идеалов.

19. Диагонализируемые операторы. Фробениусова и жорданова нормальные формы.

Эрмитовы и унитарные операторы.

20. Антисимметрические билинейные формы. Пфаффиан.

21. Лемма Витта. Группа Гротендика и группа Витта. Закон инерции Сильвестра. Цепочки

двумерных преобразований.

22. Базисы решётки на плоскости. Карта Конвея. Реки Конвея и уравнения Пелля.

23. Преобразования Лоренца и правило сложения скоростей.

24. Модели Пуанкаре и Клейна неевклидовой геометрии.

Пререквизиты к слушателям

Не менее 9 классов общеобразовательной российской школы.

**Список литературы**

1. Винберг “Курс алгебры".

2. Зайцев “Курс высшей математики для техникумов”.

3. Гюнтер и Кузьмин “Сборник задач по высшей математике”.

4. “Сборник задач по алгебре” под редакцией Кострикина.

5. Прасолов “Задачи и теоремы линейной алгебры”.

6. Альбом “Параболы, эллипсы и гиперболы” https://www.youtube.com/playlist?

list=PL1JJ1jVZ9z5CQOWvXvQyQ5\_RSm\_aRaFVK

7. Альбом “Комплексные числа и кватернионы” https://www.youtube.com/playlist?

list=PL1JJ1jVZ9z5AWthhNTsNEet3e88HDrjKW

8. Альбом “V. Квадратные уравнения, арифметика и решётки” https://www.youtube.com/

playlist?list=PL1JJ1jVZ9z5AmuMHuRTe3\_dpBZClCzjh2

9. Альбом “Линейная алгебра” https://www.youtube.com/playlist?

list=PL1JJ1jVZ9z5D2PIcIcTGznbnNIIwr-wnV